

静力触探确定黏性土不排水强度的物理 信息神经网络反演*

张夏滔^{1,2}, 边磊¹, 古玉琪², 王栋^{2**}

(1. 山东电力工程咨询院有限公司, 山东 济南 250013; 2. 中国海洋大学海底建设与保护山东省工程研究中心, 山东 青岛 266100)

摘要: 针对静力触探试验(Cone penetration test, CPT)评估黏性土不排水强度时传统的锥尖系数离散性较大且不适用于部分排水贯入条件的问题,提出了一种基于物理信息神经网络的不排水强度反演方法。该方法以球孔扩张理论为物理约束,分别构建弹性区与塑性区的神经网络,并将孔壁极限压力作为观测数据纳入损失函数,从而实现对不排水强度的直接反演。进而利用锥尖贯入阻力与归一化贯入速率之间的关系,将该方法扩展应用于粉质黏土或黏质粉土。通过与球孔扩张理论解对比,验证了所提方法的数值可靠性;通过对比四种黏性土的离心机试验与现场测试反演得到的不排水强度误差基本控制在20%以内,检验了该方法对不同土体类型和排水条件的适用性。

关键词: 静力触探试验;不排水强度;物理信息神经网络;球孔扩张;部分排水

中图法分类号: P736; TU411.3

文献标志码: A

文章编号: 1672-5174(2026)10-126-09

DOI: 10.16441/j.cnki.hdxh.202600003

引用格式: 张夏滔, 边磊, 古玉琪, 等. 静力触探确定黏性土不排水强度的物理信息神经网络反演[J]. 中国海洋大学学报(自然科学版), 2026, 56(10): 126-134.

Zhang Xiaotao, Bian Lei, Gu Yuqi, et al. Inversion of undrained strength of clayey soils from cone penetration tests using physics-informed neural network[J]. Periodical of Ocean University of China, 2026, 56(10): 126-134.

0 引言

静力触探试验(Cone penetration test, CPT)作为一种原位测试技术,在海洋岩土勘察中得到广泛应用^[1-2]。CPT可实时获取锥尖贯入阻力、侧壁摩阻力和孔隙水压力等随贯入深度的变化,为土体分层、强度和变形评估提供可靠依据^[3]。例如,利用锥尖阻力确定黏土的不排水强度 s_u ,进而用于海洋地基承载力、管线稳定性与边坡安全系数计算^[4-6]。当锥尖周围的黏土处于不排水条件时,锥尖阻力和 s_u 关系为^[3]

$$s_u = \frac{q_t - \sigma_{v0}}{N_{kt}} \quad (1)$$

式中: q_t 为修正锥尖阻力,且 $q_t = q_c + u_2(1 - \alpha)$,其中 q_c 为锥尖阻力, u_2 为锥肩处孔隙水压力, α 为探头面积比; σ_{v0} 为总竖向应力; N_{kt} 为无量纲的锥尖系数。 N_{kt} 的标定需要配合室内土工试验,其大小受土体类型、应力历史和取样扰动影响,典型变化范围在10~20^[7-8]。式(1)假定探头的贯入速度足够快,周围土体的孔隙水来不及排出,但当截面积1 000 mm²的标准

探头以标准速度20 mm/s贯入时,可能在粉质黏土和黏质粉土中造成部分排水条件^[9-10]。

归一化贯入速率 V 常用来表征CPT探头周围土的排水程度^[11]:

$$V = \frac{vD}{c_v} \quad (2)$$

式中: v 为贯入速率; D 为探头直径; c_v 为固结系数。Randolph^[12]建议 $V > 30$ 时不排水, $V < 0.01$ 时接近完全排水, $0.01 \leq V \leq 30$ 时部分排水。DeJong等^[13]提出了部分排水条件下修正锥尖阻力 q_t 的表达式:

$$\frac{q_t - \sigma_{v0}}{q_{t,un} - \sigma_{v0}} = 1 + \frac{(q_t - \sigma_{v0}) / (q_{t,un} - \sigma_{v0}) - 1}{1 + (V/V_{50})^d} \quad (3)$$

式中: $q_{t,un}$ 为不排水条件下的修正锥尖阻力; V_{50} 为排水程度50%时对应的归一化贯入速率; d 为形状系数。Zhang等^[14]根据大变形有限元模拟,建议取 $V_{50} = 3$ 和 $d = 1.2$ 。参数取值适合超固结比不超过5的粉质黏土或黏质粉土。式(3)的意义在于,一旦确定了部分排水的 V 和对应的 q_t 值,即可推测不排水条件下的 $q_{t,un}$,进而由式(1)估计 s_u ,具体流程参考文献^[15]。该方法虽

* 基金项目:国家自然科学基金项目(52394251)资助

Supported by the National Natural Science Foundation of China(52394251)

收稿日期:2026-01-07;修订日期:2026-04-13

作者简介:张夏滔(1994—),男,工程师,硕士,研究方向:海洋岩土工程勘察与设计研究。E-mail:zhangxiatao@spic.com.cn

** 通信作者:王栋,男,博士,教授,研究方向:海洋岩土工程设计和数值分析。E-mail:dongwang@ouc.edu.cn

能用于渗透系数比典型黏土高 1 ~ 2 个数量级的粉质黏土或黏质粉土,但其参数拟合依赖大量的大变形模拟,不仅计算成本高,而且需预先标定不排水条件下的 N_{kt} 。

近年来,深度学习方法在岩土参数反演中展现出良好的应用前景^[16-17]。纯数据驱动神经网络虽然具有较好拟合能力,但需要大量训练数据,且预测结果可能违背物理规律^[18]。最近发展起来的物理信息神经网络(Physics-informed neural networks, PINNs)有效克服了上述局限^[19]。PINNs 将物理方程嵌入神经网络的损失函数,融合数据驱动与物理约束,从而有效降低对训练数据量的依赖。PINNs 已用于渗流、固结和本构模型的参数反演^[20-22]。然而,目前针对不排水强度的预测仍主要依靠纯数据驱动方法,需要大量准确可靠的数据。例如,Abu-Farsakh 等^[23]的人工神经网络需要 150 组以上的 CPT 数据;Zhang 等^[17]采用 XGBoost 模型和随机森林方法,模型训练依赖 384 个土样的参数。海洋岩土工程中很多勘察数据稀缺且获取成本高,导致模型泛化能力受限。此外,纯数据驱动模型缺乏物理可解释性,预测结果可能不符合力学原理。一种可能的解决方案是将孔扩张控制方程作为物理约束,绕过 N_{kt} 标定,直接从 CPT 锥尖阻力数据获取不排水强度。

孔扩张理论广泛用于 CPT 数据解译^[24]。文献[25-27]基于临界状态与状态参数描述的本构模型,推导了排水与不排水条件下的孔扩张解析解或半解析解,为贯入阻力与孔压响应的理论分析提供基础。对于不排水贯入,已有研究采用了不同形式的临界状态类本构模型,根据本构模型推导的 s_u 和孔扩张得到的有效锥尖阻力,确定锥尖系数^[28]。基于有效应力形式的孔扩张理论,还可分析部分排水条件下的探头贯入过程,考察贯入速度与土体固结系数对锥尖阻力和超静孔压的影响^[29]。

本文提出了一种基于 PINNs 的黏性土不排水强度反演方法,采用球孔扩张理论模拟 CPT 贯入过程。将弹塑性控制方程嵌入神经网络损失函数。将不排水强度 s_u 作为反演参数直接纳入屈服条件,无需额外引入锥尖系数 N_{kt} 。结合部分排水理论,将方法适用范围拓展至部分排水条件。通过对比理论解、离心机试验和现场测试,验证所提方法对不同土体类型和排水条件下的适用性。

1 CPT 贯入的球孔扩张理论

球孔扩张理论假定锥尖附近的局部应力场为球对称形式,以球孔保持形状的渐进扩张代替实际锥形探头的贯入过程,但忽略探头在浅表层土与深层土中贯入的差别,如图 1(a)所示。孔扩张分析采用理想化探头模型,探头面积比 $\alpha = 1$,此时修正锥尖阻力 q_c 等于锥尖阻力 q_c ,因此以下统一采用 q_c 表示。初始半径为

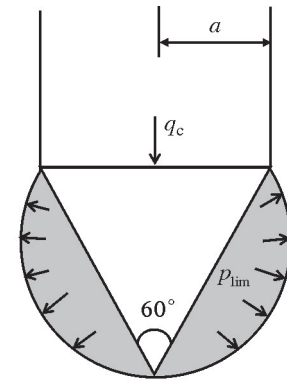
a_0 的球孔在内压作用下扩张至半径 a ,周围土体的应力状态分为两个区域:内部塑性区($a \leq r \leq c$)和外部弹性区($c < r \leq b$)。其中, r 为径向坐标, a 、 b 和 c 分别为扩孔半径、弹性区半径和塑性区半径, p_0 为远场初始应力(见图 1(b))。在球对称塑性区内,采用 Tresca 准则描述土体的屈服行为。锥尖阻力由孔壁的极限压力 p_{lim} 和“探头-土”界面的摩擦力组成^[24]:

$$q_c = p_{lim} + \sqrt{3}s_u \quad (4)$$

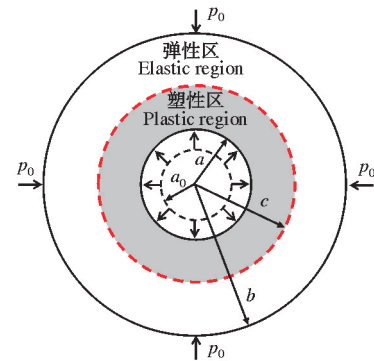
该关系适用于正常固结或轻度超固结黏性土的不排水贯入过程,锥尖局部应力场可近似为球对称的情形。除孔壁极限压力外,孔扩张分析还需确定塑性区半径 c ^[30]:

$$\left(\frac{c}{a}\right)^{m+1} = \frac{G\sqrt{m+2}}{q_p} \quad (5)$$

式中: m 为状态参数,球孔扩张时 $m=2$; G 为剪切模量; q_p 为弹塑性边界处的偏应力,计算方法参考文献[30]。



(a) 球孔扩张锥尖阻力模型
Cone tip resistance model based on spherical cavity expansion



(b) 弹塑性孔扩张模型
Elasto-plastic cavity expansion model

图 1 CPT 贯入球孔扩张理论模型

Fig. 1 Theoretical spherical cavity expansion model for CPT penetration

假定土体为均质且各向同性的连续介质,忽略体力作用。规定压应力为正,球对称条件下力平衡方程为

$$2(\sigma_r - \sigma_\theta) + r \frac{d\sigma_r}{dr} = 0 \quad (6)$$

式中: σ_r 和 σ_θ 分别为径向和环向应力。小应变条件下的应变与位移关系为

$$\epsilon_r = -\frac{du}{dr}, \quad \epsilon_\theta = -\frac{u}{r} \quad (7)$$

式中: u 为径向位移; ϵ_r 和 ϵ_θ 分别为径向和环向主应变。

弹性区土体为线弹性材料, 应力应变关系为

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{r,e} \\ \epsilon_{\theta,e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{2\nu}{E} \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1-\nu}{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{r,e} \\ \sigma_{\theta,e} \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中: $\epsilon_{r,e}$ 和 $\epsilon_{\theta,e}$ 分别为弹性区径向和环向主应变; $\sigma_{r,e}$ 和 $\sigma_{\theta,e}$ 分别为弹性区径向和环向应力; E 为杨氏模量; ν 为泊松比。联立式(7)和(8), 得到弹性区相容方程:

$$\sigma_{r,e} - \sigma_{\theta,e} = r \frac{d\sigma_{\theta,e}}{dr} \quad (9)$$

描述弹性区状态仅需上述 2 个应力分量。塑性区土体为 Tresca 材料, 在弹性区和塑性区边界 ($r = c$) 处, 弹性区应力刚好达到屈服状态:

$$\sigma_{r,e} - \sigma_{\theta,e} = 2s_u \quad (10)$$

在弹性区外边界 ($r = b$) 处, 径向应力等于远场初始应力:

$$\sigma_{r,e} = p_0 = \frac{(1 + 2K_0)\sigma_{v0}}{3} \quad (11)$$

式中 K_0 为静止土压力系数。塑性区中 $r = c$ 处的应力需满足连续性条件:

$$\sigma_{r,p} = \sigma_{r,e}, \quad \sigma_{\theta,p} = \sigma_{\theta,e} \quad (12)$$

式中 $\sigma_{r,p}$ 和 $\sigma_{\theta,p}$ 分别为塑性区径向和环向应力。当 $r = a$ 时, 塑性区的边界条件为

$$\sigma_{r,p} = p_{\lim} \quad (13)$$

2 物理信息神经网络反演方法

2.1 物理信息神经网络构建

PINNs 采用非线性逼近表征连续场变量^[19]。对于任意输入变量 x , 神经网络输出表示为

$$\hat{y}(x) = N(x; \theta) \quad (14)$$

式中: $\hat{y}(x)$ 为偏微分方程的近似解; N 为深度神经网络; θ 为网络的可训练参数向量, 包含各层权重矩阵 w 和偏置向量 b 。对于式(6)和(9)描述的物理系统, 总损失 L_{tot} 由偏微分方程残差、边界条件和观测数据三部分损失组成。训练过程中, 采用梯度下降优化算法更新网络参数:

$$\theta_{k+1} = \theta_k - \eta \nabla_{\theta} L_{\text{tot}} \quad (15)$$

式中: η 为学习率; k 为迭代次数; θ_{k+1} 和 θ_k 分别为第 $k+1$ 次和第 k 次迭代时的网络可训练参数向量; ∇_{θ} 为关于网络可训练参数向量 θ 的梯度算子。待反演的参数作为可训练变量, 与网络参数一起优化, 实现未知场变量和待定参数的联合求解^[21]。

2.2 不排水强度反演方法

由于弹性区和塑性区具有不同的控制方程和约束条件, 采用图 2 所示的双网络架构进行求解。构建两个独立的全连接深度神经网络, 对于弹性区和塑性区, 网络输入均为径向坐标 r , 输出为弹性区径向应力 $\sigma_{r,e}$ 、塑性区径向应力 $\sigma_{r,p}$ 、弹性区环向应力 $\sigma_{\theta,e}$ 和塑性区环向应力 $\sigma_{\theta,p}$ 。两个网络通过弹塑性边界 ($r = c$) 处的应力连续性条件进行耦合。正问题求解时, 可先训练弹性区网络至收敛, 再将边界应力传递至塑性区, 进行塑性区网络训练。反问题求解时, 将孔壁极限压力 $p_{\lim}$ 作为观测数据, 由于 s_u 同时影响弹塑性区边界和塑性区内的屈服条件, 反演 s_u 时需从两个网络的损失函数中获取梯度信息, 因此必须同时训练两个网络。

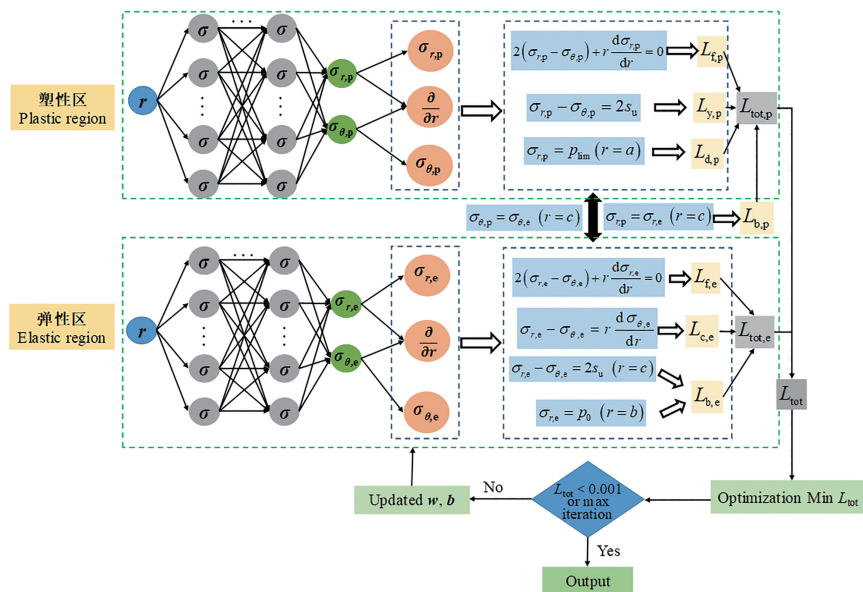


图 2 PINNs 反演不排水强度流程

Fig. 2 Procedure for inverting undrained strength using PINNs

反演中待优化的总损失 L_{tot} 由弹性区损失 $L_{\text{tot,e}}$ 和塑性区损失 $L_{\text{tot,p}}$ 组成。 $L_{\text{tot,e}}$ 包含平衡方程、相容方程和边界条件三部分的损失 ($L_{f,e}$ 、 $L_{c,e}$ 、 $L_{b,e}$) :

$$L_{\text{tot,e}} = L_{f,e} + L_{c,e} + L_{b,e} \quad (16)$$

这三部分损失的具体形式为

$$\begin{aligned} L_{f,e} &= \frac{\lambda_{f,e}}{n_e} \left\| 2(\sigma_{r,e} - \sigma_{\theta,e}) + r \frac{d\sigma_{r,e}}{dr} \right\|^2, \\ L_{c,e} &= \frac{\lambda_{c,e}}{n_e} \left\| (\sigma_{r,e} - \sigma_{\theta,e}) - r \frac{d\sigma_{\theta,e}}{dr} \right\|^2, \\ L_{b,e} &= \frac{\lambda_{b,e}}{n_b} \left\| (\sigma_{r,e}(c) - \sigma_{\theta,e}(c)) - 2s_u \right\|^2 + \\ &\quad \frac{\lambda_{b,e}}{n_b} \left\| \sigma_{r,e}(b) - p_0 \right\|^2. \end{aligned} \quad (17)$$

式中: 弹性区边界条件包括 $r = c$ 处的式(10)和 $r = b$ 处的式(11); n_e 和 n_b 分别为弹性区计算域和边界条件对应的残差点数量; $\lambda_{f,e}$ 、 $\lambda_{c,e}$ 和 $\lambda_{b,e}$ 分别为平衡方程、相容方程和边界条件的损失权重系数。塑性区损失 $L_{\text{tot,p}}$ 包含平衡方程、屈服条件、边界条件和观测数据四部分损失 ($L_{f,p}$ 、 $L_{y,p}$ 、 $L_{b,p}$ 和 $L_{d,p}$) :

$$L_{\text{tot,p}} = L_{f,p} + L_{y,p} + L_{b,p} + L_{d,p} \quad (18)$$

其中各损失函数的具体形式分别为

$$\begin{aligned} L_{f,p} &= \frac{\lambda_{f,p}}{n_p} \left\| 2(\sigma_{r,p} - \sigma_{\theta,p}) + r \frac{d\sigma_{r,p}}{dr} \right\|^2, \\ L_{y,p} &= \frac{\lambda_{y,p}}{n_p} \left\| (\sigma_{r,p} - \sigma_{\theta,p}) - 2s_u \right\|^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{b,p} &= \frac{\lambda_{b,p}}{n_b} \left\| \sigma_{r,p}(c) - \sigma_{r,e}(c) \right\|^2 + \\ &\quad \frac{\lambda_{b,p}}{n_b} \left\| \sigma_{\theta,p}(c) - \sigma_{\theta,e}(c) \right\|^2, \end{aligned}$$

$$L_{d,p} = \frac{\lambda_{d,p}}{n_d} \left\| \sigma_{r,p}(a) - p_{\text{lim}} \right\|^2. \quad (19)$$

式中: n_p 、 n_b 和 n_d 分别为塑性区计算域、边界条件和观测数据对应的残差点数量; $\lambda_{f,p}$ 、 $\lambda_{y,p}$ 、 $\lambda_{b,p}$ 和 $\lambda_{d,p}$ 分别为平衡方程塑性区屈服条件、边界条件和观测数据的损失权重系数。通过最小化上述总损失函数, 可同时优化网络参数和待反演的不排水强度 s_u 。各损失项中的变量符号及其组成形式在图 2 中同步标注, 以便与式(16)~(19)对照。

2.3 所用土体性质

采用 UWA 高岭土^[31]、Malaysian 高岭土^[32]、Burswood 黏土^[33] 和 Ballina 黏土^[34] 四种黏性土验证所提方法的适用性, 基本物理力学参数如表 1 所示。对于涉及部分排水条件的 UWA 高岭土和 Burswood 黏土, 二者固结系数 ($c_{v,U}$ 和 $c_{v,B}$, 单位: m^2/a) 可分别表示为^[14,34]

$$c_{v,U} = \sqrt{1 + 14(\sigma'_v/p_a)}, \quad (20)$$

$$c_{v,B} = 1.56(\sigma'_v/p_a)^{0.824}. \quad (21)$$

式中: σ'_v 为竖向有效应力; p_a 为标准大气压。另外两种土中的 CPT 处于不排水条件, 无需考虑固结系数。

表 1 所用土体物理力学指标

Table 1 Physical and mechanical property of the soil used

性质 Property	UWA 高岭土 UWA Kaolin	Malaysian 高岭土 Malaysian Kaolin	Burswood 黏土 Burswood clay	Ballina 黏土 Ballina clay
有效内摩擦角 Effective friction angle (φ')/(°)	23	23	31.5	32
正常固结线上 $p' = 1$ kPa 时的孔隙比 Void ratio at $p' = 1$ kPa on normal consolidation line	2.25	2.35	2.25	4.68
正常固结线上的斜率 Slope of normal consolidation line (λ)	0.205	0.244	0.330	0.475
回弹线上的斜率 Slope of swelling line (κ)	0.044	0.053	0.036	0.042
泊松比 Poisson's ratio (ν)	0.3	0.3	0.3	0.3
有效重度 Submerged unit weight (γ')/(kN/m^3)	6.0	6.0	5.2	6.5

3 反演实现与效果

以正常固结的 UWA 高岭土为例, 确定 PINNs 的超参数设置, 并对比孔扩张理论解和离心机中的 CPT, 展示反演效果。

3.1 PINNs 超参数设置

PINNs 的表现很大程度上取决于超参数的合理配

置^[35]。为定量评估 PINNs 的求解精度, 采用相对二范数 L_2 的误差 ϵ_{L_2} 作为性能评价指标^[36]:

$$\epsilon_{L_2} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i)^2}}. \quad (22)$$

式中 y_i 和 $\hat{y}_i$ 分别表示某一变量的真实值和 PINNs 预测值。

采用全连接前馈神经网络架构,以双曲正切函数 $\tanh$ 为激活函数,用 Adam 优化器进行参数更新。通过敏感性分析评估网络结构参数隐含层层数和神经元数量对求解精度与计算效率的影响。图 3(a)展示了固定隐含层层数为 5 时神经元数量对性能的影响, L_2 误差随神经元数量增加先降低后升高。在神经元数量大于 15 时, L_2 误差均小于 0.15%,而训练时间随神经元数量近似线性增长。图 3(b)展示了固定神经元数量为 20 时隐含层层数的影响, L_2 误差同样呈现先降后升的趋势,在隐含层层数为 2~5 时, L_2 误差均小于 0.2%。综合考虑求解精度与效率,选取隐含层层数为 5、每层神经元数量为 20 的结构作为最优网络结构。

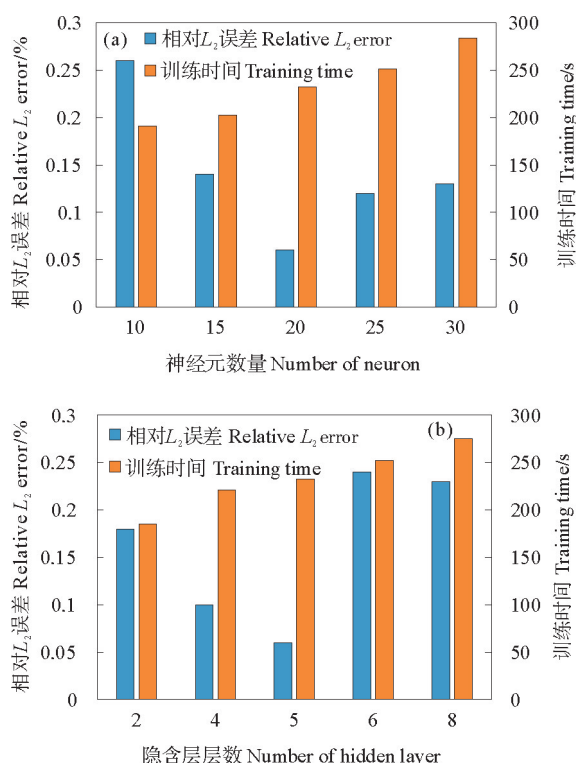
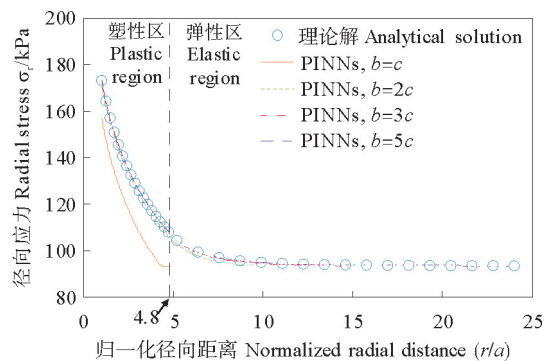


图3 网络结构对 PINNs 性能的影响

Fig. 3 Effect of network architecture on PINNs performance

其余训练参数根据试算结果确定。各边界条件取 1 个残差点,在弹性区和塑性区内均匀布置残差点,每个区域各取 20 000 个残差点。学习率设为 0.005,训练次数为 10 000 次。各损失权重系数均取 1。权重选取依据如下:经试算,各损失项在训练过程中量级相近,不存在某一项主导梯度更新的情形。因此采用等权重设置,既能保证各约束项的均衡贡献,又可避免引入额外的权重调参过程,简化了训练流程。Guo^[37] 建议弹性区半径 b 一般为塑性区半径 c 的 5~10 倍。为检验 b 的取值对计算结果的影响,取相同的土体参数和残差点设置。利用 PINNs 求解得到不同 b 值的径向应力,如图 4 所示。随着 b 的增大,径向应力逐步逼近理论解。当 $b \geq 3c$ 时,PINNs 与理论解在整个计算域

内基本重合,表明此时弹性区范围已足够大,可忽略计算域边界对应力场的影响。后续反演计算取 $b = 5c$ 。基于 PyTorch 2.5.1 环境开发程序,在配备 NVIDIA RTX 4060 Ti 显卡的台式机上运行,单次反演计算时间为 120~160 s。



(b:弹性区半径 Elastic zone radius; c:塑性区半径 Plastic zone radius.)

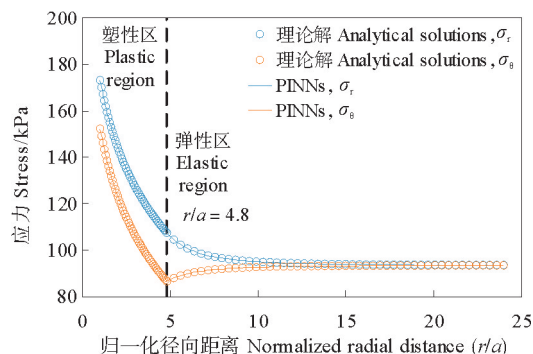
图4 不同 b 的 PINNs 解与球孔扩张理论解

Fig. 4 PINNs solutions and spherical cavity expansion analytical solutions for different b

3.2 与球孔扩张理论解的对比

为验证 PINNs 在求解孔扩张问题中的准确性,将 PINNs 计算结果与 Yu^[24] 提出的球孔扩张理论解进行对比。采用 UWA 高岭土在贯入深度 $z = 8$ m 处的材料参数,计算得归一化贯入速率 $V = 114.2$ 。由于 $V > 30$,表明贯入过程处于不排水条件下^[12]。根据式(5)和式(11),计算得到塑性区半径与孔半径之比 $c/a = 4.8$ 、远场初始压力 $p_0 = 93.5$ kPa。

图 5 展示了两种方法得到的径向应力 σ_r 和环向应力 σ_θ 沿径向的分布,图中竖直虚线表示弹性区与塑性区的分界面。在整个计算域内,PINNs 计算的应力值与理论解高度吻合。特别是在塑性区与弹性区的交界面处,PINNs 准确捕捉了应力梯度的突变,体现了土体从塑性状态向弹性状态过渡时的力学响应。在远场边界处,应力分量 σ_r 和 σ_θ 均趋近于远场初始压力 p_0 ,满足无穷远处应力为 p_0 的物理约束。上述研究证明了本研究开发的 PINNs 程序的可靠性。



(σ_r :径向应力 radial stress; σ_θ :环向应力 Circumferential stress.)

图5 PINNs 计算结果与球孔扩张理论解对比

Fig. 5 Comparison between PINNs solutions and spherical cavity expansion analytical solutions

3.3 与离心机试验的对比

利用 UWA 高岭土的离心机试验进行不排水强度 s_u 的反演分析^[38]。试验的离心加速度为 $110g$,模型探头直径 $D = 10 \text{ mm}$ 。使用贯入速率为 0.15 mm/s 、贯入深度为 $7.3D$ (对应原型贯入深度约 8 m)条件下的锥尖阻力数据进行反演。该条件下的归一化贯入速率 $V = 17.1$,据此判断贯入过程中土体为部分排水条件。反演中 PINNs 的物理约束仍采用不排水球孔扩张控制方程。为使观测数据满足不排水孔扩张的物理假设,根据式(3),由实测锥尖阻力推算不排水贯入时的锥尖阻力,再由式(4)转换为孔壁极限压力 p_{lim} ,作为观测数据项加入塑性区损失函数,PINNs 反演得到 s_u 。

PINNs 反演过程中的损失函数演化特征和参数收敛情况如图 6 所示。图 6(a)的损失函数变化曲线表明,训练过程中,弹性区损失、塑性区损失和总损失均呈快速下降趋势,损失值在对数坐标下降低约 5 个数

量级,神经网络快速逼近物理约束条件。随着训练次数的增加,损失函数出现不同程度的振荡,表明网络参数接近最优解,正通过局部探索寻找更精确的参数组合。反演中将不排水强度 s_u 作为可训练参数,可根据合理范围假定初始猜测值,例如本例中取 $s_u = 25 \text{ kPa}$ 。不排水强度 s_u 随训练迭代次数的变化曲线如图 6(b)所示,训练初期, s_u 从初始猜测值($s_u = 25 \text{ kPa}$)略微上升后快速下降。6 000 次迭代后 s_u 的变化明显放缓,逐渐收敛到约 10.4 kPa 。这一收敛过程对应损失函数的振荡阶段,进一步证实了网络在该阶段进行的是参数精细调整。反演得到 $s_u = 10.4 \text{ kPa}$,与根据实测的 CPT 锥尖阻力与 N_{kt} 计算得到测量值 10.5 kPa 非常接近,其中 $N_{\text{kt}} = 9.8$ ^[39]。为检验初始值对最终反演结果的影响,分别将初始值设置为 15 、 25 和 35 kPa 。如图 6(b)所示,不同初始值下的 s_u 均收敛至约为 10.5 kPa ,初始值主要影响收敛过程与所需训练迭代次数。

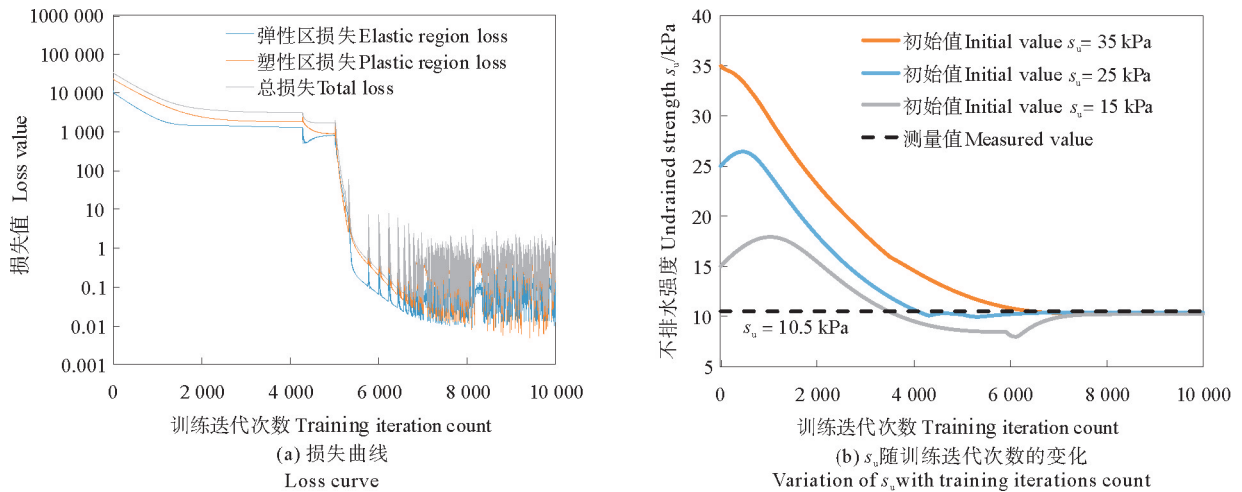


图 6 PINNs 反演结果

Fig. 6 Inversion results by PINNs

4 适用性验证

以上分析表明,本文提出的 PINNs 方法能够合理确定 UWA 高岭土的不排水强度,本章针对表 1 中其余三种土进一步考察方法的普适性。所用公开试验数据来自 Malaysian 高岭土的离心机试验^[32]、Burswood 黏土的现场试验^[33]和 Ballina 黏土的现场试验^[40],试验涵盖不排水和部分排水条件。(1)Malaysian 高岭土:选取贯入速率 $v = 3 \text{ mm/s}$ 且深度比 z/D 在 $10 \sim 20$ 之间的 6 组锥尖阻力数据,根据式(2)计算得 $V > 30$,表明全部处于不排水条件。(2)Burswood 黏土:选取贯入速率 $v = 20, 4, 2$ 和 0.002 mm/s 且深度比 z/D 在 $140 \sim 293$ 之间的 9 组锥尖阻力数据,其中 $v = 20 \text{ mm/s}$ 对应 $V > 30$,属于不排水条件,其余贯入速率

对应部分排水条件。(3)Ballina 黏土:选取贯入速率 $v = 20 \text{ mm/s}$ 且深度比 z/D 在 $57 \sim 286$ 之间的 5 组锥尖阻力数据,均满足不排水条件。上述三种土的 N_{kt} 取值依次为 11.8 ^[32]、 11.1 ^[7]和 13.2 ^[40]。为方便对比,添加 UWA 高岭土的反演结果,包括 $v = 1, 0.15, 0.045 \text{ mm/s}$ 三种贯入速率下的离心机数据^[38],每种速率在深度比 z/D 为 $4 \sim 16$ 的范围内选取 7 个数据点, $v = 1 \text{ mm/s}$ 对应不排水条件, $v = 0.15$ 和 0.045 mm/s 对应部分排水条件。为保证反演结果具有代表性并减少试验条件对锥尖阻力的干扰,所选深度范围避开了浅表层。当探头达到埋深时,即可合理计算表征部分排水状态的归一化贯入速率 V 。

四种土的反演计算采用相同的网络结构与训练参数:网络包含 5 个隐含层,每层 20 个神经元;学习率为

0.005;训练次数为10 000次;塑性区和弹性区各设置20 000个残差点;各损失函数权重均取1。反演得到的不同土体 s_u 与测量值如图7所示,四种土的反演值与测量值差别基本都在 $-20\% \sim 20\%$ 之间,说明本文所提方法对不同土体和排水条件都有良好的适用性。

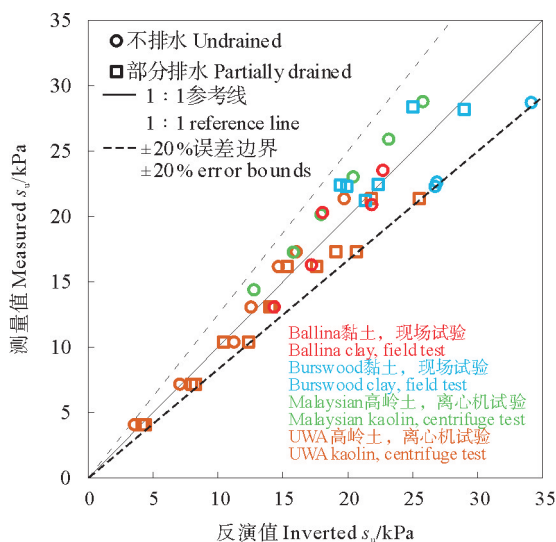


图7 不同土体 s_u 的反演值与测量值

Fig. 7 Inverted and measured values of s_u for different soils

5 结论

将球孔扩张理论与物理信息神经网络相结合,提出一种基于PINNs的黏性土不排水强度反演方法。通过将锥尖阻力转化为孔壁极限压力,建立了CPT实测数据与球孔扩张理论之间的联系。该方法可直接由锥尖阻力反演不排水强度,无需预先标定锥尖系数。进一步引入部分排水理论,将方法适用范围拓展至部分排水条件,并通过球孔扩张理论解对比、离心机试验和现场试验进行了系统验证。主要结论如下:

(1)采用5层隐含层、每层20个神经元的网络结构,可平衡求解精度与计算效率。所提方法能够准确求解弹塑性孔扩张应力场,与解析解高度吻合,尤其在弹塑性交界面处能够准确捕捉应力梯度的突变特征。

(2)对部分排水条件下UWA高岭土离心机试验数据的反演分析表明,反演得到的不排水强度与试验测量值接近,这验证了该方法在部分排水条件下的适用性。

(3)基于4种黏性土的离心机试验和现场试验数据进行适用性验证。除个别数据点外,各土体反演结果与 N_{kt} 方法得到的测量值误差均在 $-20\% \sim 20\%$ 之间,这表明所提方法对不同土体类型均具有良好的适用性。

(4)当前方法以孔壁极限压力作为观测约束,仅适

用于黏性土不排水或部分排水条件。后续工作可将原位孔压测量值纳入损失函数,通过多源观测约束提升反演精度;结合排水条件下的孔扩张控制方程,将方法推广至砂土或高渗透性粉土。

参考文献:

- [1] Tian Y, Lehane B M. The influence of soil layering and penetrometer diameter on penetration resistance[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2025, 62: 1-17.
- [2] Bihs A, Long M, Nordal S, et al. Consolidation parameters in silts from varied rate CPTU tests[J]. Aims Geosciences, 2021, 7(4): 637-668.
- [3] Lunne T, Powell J J, Robertson P K. Cone Penetration Testing in Geotechnical Practice[M]. London, UK: CRC Press, 2002.
- [4] Dai S, Han B, Wang B, et al. Influence of soil scour on lateral behavior of large-diameter offshore wind-turbine monopile and corresponding scour monitoring method[J]. Ocean Engineering, 2021, 239: 109809.
- [5] Duan W, Congress S S C, Cai G, et al. Empirical correlations of soil parameters based on piezocone penetration tests (CPTU) for Hong Kong-Zhuhai-Macau Bridge (HZMB) project[J]. Transportation Geotechnics, 2021, 30: 100605.
- [6] Varela P, Medina-Cetina Z, Hernawan B. Bayesian model calibration of submarine landslides[J]. Landslides, 2025, 22(7): 2169-2197.
- [7] Low H E, Lunne T, Andersen K H, et al. Estimation of intact and remoulded undrained shear strengths from penetration tests in soft clays[J]. Géotechnique, 2010, 60(11): 843-859.
- [8] Robertson P K. Interpretation of cone penetration tests—a unified approach[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2009, 46(11): 1337-1355.
- [9] Bihs A, Long M, Nordal S. Evaluation of soil strength from variable rate CPTU tests in silt[J]. Geotechnical Testing Journal, 2022, 45(2): 371-389.
- [10] 周波翰, 张文利, 王栋. 球形贯入仪预测超固结土强度的数值研究[J]. 岩土力学, 2025, 46(4): 1303-1309.
Zhou B H, Zhang W L, Wang D. Numerical study of ball penetrometer for predicting strength of overconsolidated soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2025, 46(4): 1303-1309.
- [11] Finnie I, Randolph M. Punch-through and liquefaction induced failure of shallow foundations on calcareous sediments[C]//Proceedings of 7th International Conference on Behaviour of Offshore Structures. Oxford, UK: Pergamon Press, 1994: 217-230.
- [12] Randolph M. Characterization of soft sediments for offshore applications[C]//Proceedings of 2nd International Conference on Geotechnical Geophysical Site Characterization. Rotterdam, Netherlands: Millpress Science, 2004: 209-232.
- [13] Dejong J T, Randolph M. Influence of partial consolidation during cone penetration on estimated soil behavior type and pore pressure dissipation measurements[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2012, 138(7): 777-788.
- [14] Zhang W, Wang D, Zheng J, et al. Numerical study of cone penetration tests to predict effective internal friction angles of cohesive soils[J]. Engineering Geology, 2025, 345: 107870.

- [15] 边磊, 古玉琪, 张夏滔, 等. 静力触探确定海洋细粒土不排水强度数值研究[PP/OL]. (2025-08-21) [2026-01-07]. <https://link.cnki.net/urlid/32.1423.p.20250820.1519.002>.
Bian L, Gu Y Q, Zhang X T, et al. Numerical study on predicting undrained shear strength of marine fine-grained soils using cone penetration test [PP/OL]. (2025-08-21) [2026-01-07]. <https://link.cnki.net/urlid/32.1423.p.20250820.1519.002>.
- [16] Gwak D, Ku T. Data-driven machine learning approach for stress history evaluation in cohesive soils using cone penetration test data[J]. *Engineering Geology*, 2025, 355: 108246.
- [17] Zhang W, Wu C, Zhong H, et al. Prediction of undrained shear strength using extreme gradient boosting and random forest based on Bayesian optimization[J]. *Geoscience Frontiers*, 2021, 12(1): 469-477.
- [18] Karniadakis G E, Kevrekidis I G, Lu L, et al. Physics-informed machine learning[J]. *Nature Reviews Physics*, 2021, 3(6): 422-440.
- [19] Raissi M, Perdikaris P, Karniadakis G E. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations [J]. *Journal of Computational Physics*, 2019, 378: 686-707.
- [20] Zhu Y, Chen S, Li X. A Physics-guided symbolic regression framework for efficient and interpretable sand constitutive modeling[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2025, 62: 1-14.
- [21] Bekele Y W. Physics-informed deep learning for one-dimensional consolidation[J]. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2021, 13(2): 420-430.
- [22] Anton D, Troeger J A, Wessels H, et al. Deterministic and statistical calibration of constitutive models from full-field data with parametric physics-informed neural networks[J]. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, 2025, 12(1): 12.
- [23] Abu-Farsakh M Y, Mojmumder M A H. Exploring artificial neural network to evaluate the undrained shear strength of soil from cone penetration test data[J]. *Transportation Research Record*, 2020, 2674(4): 11-22.
- [24] Yu H S. *Cavity Expansion Methods in Geomechanics*[M]. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [25] Chen S L, Abousleiman Y N. Exact undrained elasto-plastic solution for cylindrical cavity expansion in modified Cam clay soil[J]. *Géotechnique*, 2012, 62(5): 447-456.
- [26] Chen S L, Abousleiman Y N. Exact drained solution for cylindrical cavity expansion in modified Cam clay soil[J]. *Géotechnique*, 2013, 63(6): 510-517.
- [27] Mo P Q, Yu H S. Undrained cavity expansion analysis with a unified state parameter model for clay and sand[J]. *Géotechnique*, 2017, 67(6): 503-515.
- [28] Mo P Q, Cai G J, Wang K J, et al. Cavity expansion-based interpretation of piezocone penetration test (CPTu) data in clays[J]. *Géotechnique*, 2023, 75(2): 258-277.
- [29] Russell A R, Wang Y, Khalili N. Cavity expansions in partially drained soils and a comparison to CPT results[J]. *Computers and Geotechnics*, 2023, 158: 105381.
- [30] Cao L F, Teh C I, Chang M F. Undrained cavity expansion in modified Cam clay I: Theoretical analysis[J]. *Géotechnique*, 2001, 51(4): 323-334.
- [31] Stewart D P. *Lateral Loading of Piled Bridge Abutments Due to Embankment Construction*[D]. Perth, Australia: University of Western Australia, 1992.
- [32] Purwana O A, Leung C F, Chow Y K, et al. Influence of base suction on extraction of jack-up spudcans [J]. *Géotechnique*, 2005, 55(10): 741-753.
- [33] Suzuki Y, Lehane B. Field observations of CPT penetration rate effects in Burswood clay[C]//*Proceedings of the 3rd International Symposium on Cone Penetration Testing*. Nevada, USA: Omnipress, 2014: 403-410.
- [34] Low H E, Maynard M L, Randolph M F, et al. Geotechnical characterisation and engineering properties of Burswood clay[J]. *Géotechnique*, 2011, 61(7): 575-591.
- [35] Toscano J D, Oommen V, Varghese A J, et al. From PINNs to PIKANs: Recent advances in physics-informed machine learning [J]. *Machine Learning for Computational Science and Engineering*, 2025, 1: 15.
- [36] De Ryck T, Mishra S. Error analysis for physics-informed neural networks (PINNs) approximating Kolmogorov PDEs[J]. *Advances in Computational Mathematics*, 2022, 48(6): 79.
- [37] Guo W D. Visco-elastic consolidation subsequent to pile installation[J]. *Computers and Geotechnics*, 2000, 26(2): 113-144.
- [38] Mahmoodzadeh H, Randolph M F. Penetrometer testing: Effect of partial consolidation on subsequent dissipation response[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2014, 140(6): 04014022.
- [39] Wang D, Bienen B, Nazem M, et al. Large deformation finite element analyses in geotechnical engineering[J]. *Computers and Geotechnics*, 2015, 65: 104-114.
- [40] Kelly R B, Pineda J, Bates L, et al. Site characterisation for the Ballina field testing facility[J]. *Géotechnique*, 2017, 67(4): 279-300.

Inversion of Undrained Strength of Clayey Soils from Cone Penetration Tests Using Physics-Informed Neural Network

Zhang Xiatao^{1,2}, Bian Lei¹, Gu Yuqi², Wang Dong²

(1. Shandong Electric Power Engineering Consulting Institute Limited Company, Jinan 250013, China; 2. Shandong Engineering Research Center for Subsea Construction and Protection, Ocean University of China, Qingdao 266100, China)

Abstract: When cone penetration testing is used to evaluate the undrained strength of cohesive soils, the conventional cone factor shows considerable dispersion and is not suitable for partially drained penetration. To address this problem, an inversion method for undrained strength based on physics-informed neural network was proposed. Spherical cavity expansion theory provides the physical constraint. Separate neural networks were constructed for the elastic and plastic zones. We incorporated the cavity wall limit pressure into the loss function as observational data, enabling direct inversion of undrained strength. The method was then applied to silty clay and clayey silt using the relationship between cone tip resistance and normalized penetration rate. Comparisons with analytical solutions from spherical cavity expansion theory confirmed the numerical reliability of the proposed method. Centrifuge and field tests were conducted on four cohesive soils. The inverted undrained strength showed errors generally within 20%. These results validate the method's applicability across different soil types and drainage conditions.

Key words: cone penetration test; undrained strength; physics-informed neural network; spherical cavity expansion; partially drained

责任编辑 高 蓓